

Printed Pages : 8

# MASC-01/MAGE-01

B.A./B.Com./B.C.A./B.Sc Science/B.Sc.  
Life Science/B.Sc.Home Sc./BBA (Semester-I)

Examination, July-Dec. 2024

( Session : 2024-25 )

( NEP : 2020 )

## ELEMENTARY CALCULUS

*Time Allowed : Three Hours*

*Maximum Marks : 70*

नोट : यह प्रश्न-पत्र तीन खण्डों में विभक्त है। सभी खण्डों के प्रश्नों के उत्तर निर्देशानुसार दीजिए। अंकों का विभाजन प्रत्येक खण्ड में दिया गया है।

**Note :** This question paper is divided into three sections. Attempt questions of all sections as per direction. Distribution of marks is given in each section.

MASC-01/MAGE-01/1260

( 1 )

[P.T.O.]

खण्ड-अ / SECTION-A

( अति लघु उत्तरीय प्रश्न )

( Very Short Answer Type Questions )

Q. 1. सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

[1×10=10]

Answer all questions :

- (a) वास्तविक फलन मान के लिए सांतत्य की  $\epsilon - \delta$  परिभाषा को लिखिए।

Write  $\epsilon - \delta$  definition of continuity of a real valued function.

- (b) शुल्बसूत्र के लेखक बोधायन हैं। (सत्य/असत्य)

The Sulbsutra is written by Baudhāyana .

(True/False)

- (c) यदि किसी द्विक बिन्दु के दो भिन्न एवं वास्तविक स्पर्शी हो, तो वह नोड कहलाता है। (सत्य/असत्य)

If a double point has two distinct and real tangent, then it is called a node. (True/False)

- (d) यदि  $y = \sin(bx+c)$ , तो  $y_n = \dots\dots\dots$

If,  $y = \sin(bx+c)$ , then  $y_n = \dots\dots\dots$

(e) कौशी की मध्यमान प्रमेय को लिखिए।

State Cauchy mean value theorem.

(f) उपरिमुखी तथा अधोमुखी अवतलों को परिभाषित कीजिए।

Define Concavity and Convexity.

(g) नति-परिवर्तन बिन्दु को परिभाषित कीजिए।

Define the point of inflection.

(h) प्रत्येक अभिसारी अनुक्रम परिबद्ध होता है।

(सत्य/असत्य)

Every convergent sequence is bounded.

(True/False)

(i) समाकलन  $\int_0^{\pi/2} \sin^n x \cdot dx$  के लिए वॉली के सूत्र को लिखिए।

Write the Walli's formula for  $\int_0^{\pi/2} \sin^n x \cdot dx$ .

(j) फलनों के प्रसार के लिए मैकलारिन की प्रमेय को लिखिए।

State the Maclaurin's theorem for expansion of a function.

खण्ड-ब / SECTION-B

( लघु उत्तरीय प्रश्न )

( Short Answer Type Questions )

Q. 2. सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

[4×5=20]

Answer all questions.

(a) निम्न श्रेणी की अभिसारिता का परीक्षण कीजिए :

$$x + \frac{3}{5}x^2 + \frac{8}{10}x^3 + \frac{15}{17}x^4 + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}x^n + \dots, x > 0$$

Test the convergence of the following series :

$$x + \frac{3}{5}x^2 + \frac{8}{10}x^3 + \frac{15}{17}x^4 + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}x^n + \dots, x > 0$$

(b) अन्तराल  $[1, 3]$  में फलन  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$  के लिए रोले की प्रमेय को सत्यापित कीजिए।

Verify the Rolle's theorem for the function

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6 \text{ in } [1, 3].$$

(c) परवलय  $y^2 = 4ax$  की वक्रता त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

Find the radius of curvature of the parabola

$$y^2 = 4ax.$$



(d) निश्चित समाकलन के गुण को सत्यापित कीजिए :

$$\int_0^a f(x)dx = \int_0^a f(a-x) \cdot dx$$

Verify the following property of definite integral :

$$\int_0^a f(x)dx = \int_0^a f(a-x) \cdot dx$$

खण्ड-स / SECTION-C

( दीर्घ उत्तरीय प्रश्न )

( Long Answer Type Questions )

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रश्न के आन्तरिक विकल्प दिए गए हैं।

[4×10=40]

Note : All questions are compulsory. Internal choice are given.

Q. 1. किसी एक भारतीय गणितज्ञ के जीवन परिचय एवं उसके गणितीय योगदान को लिखिए :

(क) महावीराचार्य

(ख) भास्कराचार्य

MASC-01/MAGE-01/1260

( 5 )

[P.T.O.]

Write the biography of any one of the mathematician and their contribution in mathematics :

- (a) Mahaviracharya
- (b) Bhaskaracharya

अथवा / OR

दिखाइए कि निम्न फलन  $f(x)$ ,  $x=0$  पर सांतत्य है किन्तु अवकलनीय नहीं है :

$$f(x) = \begin{cases} x e^{1/x} & \text{जब } x \neq 0 \\ \frac{1}{1 + e^{1/x}}, & \\ 0, & \text{जब } x = 0 \end{cases}$$

Show that the following function  $f(x)$  is continuous at  $x=0$  but not differentiable :

$$f(x) = \begin{cases} x e^{1/x} & \text{when } x \neq 0 \\ \frac{1}{1 + e^{1/x}}, & \\ 0 & \text{when } x = 0 \end{cases}$$

Q. 2. लाग्रेंज की मध्यमान प्रमेय को लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

State and prove the Lagrange's mean value theorem.

MASC-01/MAGE-01/1260 (6)

अथवा / OR

यदि  $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$  तो दिखाइए कि

$$x^2 y_2 + x y_1 + x = 0 \text{ और}$$

$$x^2 y_{n+2} + (2n+1)x y_{n+1} + (n^2+1)y_n = 0$$

If  $y = a \cos(\log x) + b \sin(\log x)$ , then show that

$$x^2 y_2 + x y_1 + x = 0 \text{ and}$$

$$x^2 y_{n+2} + (2n+1)x y_{n+1} + (n^2+1)y_n = 0$$

Q. 3. वक्र की अनंत-स्पर्शी ज्ञात कीजिए :

$$x^3 + 2x^2y - xy^2 - 2y^3 + 3xy + 3y^2 + x + 1 = 0$$

Find the asymptotes of the curve :

$$x^3 + 2x^2y - xy^2 - 2y^3 + 3xy + 3y^2 + x + 1 = 0$$

अथवा / OR

वक्र  $y^2(a+x) = x^2(a-x)$ ,  $a > 0$  का अनुरेखण कीजिए।

Trace the curve :  $y^2(a+x) = x^2(a-x)$ ,  $a > 0$ .

Q. 4. (क) सिद्ध कीजिए  $\int_0^1 x^2(1-x^2)^{3/2} dx = \pi/32$

Prove that  $\int_0^1 x^2(1-x^2)^{3/2} dx = \pi/32$

(ख) हल कीजिए :  $\int e^{2x} \cos^3 x \cdot dx$

Evaluate :  $\int e^{2x} \cos^3 x \cdot dx$

अथवा / OR

सिद्ध कीजिए :

$$\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx = -\frac{\pi}{2} \log 2.$$

Prove that :

$$\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx = -\frac{\pi}{2} \log 2.$$

-----X-----